

1. Введение

“Если ученик в школе не научился сам ничего творить, то и в жизни он всегда будет только подражать, копировать, так как мало таких, которые бы, научившись копировать, умели сделать самостоятельно приложение этих сведений”

Л.Н. Толстой.

Быстро меняется мир, совершенно по-новому идёт развитие общества в нынешних рыночных условиях. Всё это ставит свои проблемы перед образованием. Иным должен быть ученик современной школы, другим – развитие его личности, содействие его успешной социализации.

Нашей стране нужны сейчас не просто знающие люди, а люди творческого склада, инициативные и пытливые, способные активно трудиться, развивать все сферы жизни. Школа должна готовить учащихся к непрерывному образованию и самообразованию, вырабатывать у них навыки самостоятельно пополнять свои знания, умело и быстро ориентироваться в потоке научной информации. Отсюда следует, что развитие учащихся во многом зависит от деятельности, которую они выполняют в процессе обучения – репродуктивной или продуктивной (творческой). Потенциальные возможности почти всех школьников высоки и главное – найти тот “рычаг”, который приведет в движение механизм развития творческой деятельности, а вместе с тем и личности учащихся. Это и логико-содержательное построение курсов, и создание проблемных ситуаций, и частично-поисковый или исследовательский метод обучения. Но какой бы метод обучения мы не избрали, успех в конечном итоге зависит от успешного протекания мыслительного процесса.

2. Развитие познавательных процессов

Говорят, что ребёнок рождается как чистый лист бумаги, впитывает информацию как губка через каналы восприятия (зрительный, слуховой, осязательный, обонятельный, вкусовой) из внешней среды. При обучении нас в первую очередь интересует способность учащихся к усвоению учебного материала. Почему с каждым годом увеличивается количество детей, которые с трудом осваивают программу? Основной проблемой является недостаточность произвольного внимания, слабо развитые свойства внимания (устойчивость, концентрация, распределение, переключения).

Для развития **внимания** на уроках выполняет некоторые упражнения:

Упражнение 1. Ученикам предлагается сложить два однозначных числа, написанные одно под другим. Сумму записывают в верхнюю строчку (если число получилось двузначное, десятки отбрасывают), в нижнюю строчку записывают верхнее предыдущее число. Сложение продолжается в течение 1 минуты.

Пример:

5 4 9 3 2 5 7 2
9 5 4 9 3 2 5 7

Упражнение 2. Хорошо тренировать свойства внимания с помощью таблицы Крепилина. Ученикам предлагается складывать числа, записанные одно под другим. Через каждые 30 секунд даётся команда: “Переходим!” и учащиеся складывают следующую пару строк. Упражнение можно усложнить, заменив сложение вычитанием или умножением.

Упражнения тренируют концентрацию, устойчивость, переключаемость, объём внимания.

Память позволяет запечатлевать, сохранять, воспроизводить полученные знания. С её помощью мы повторяем, осмысливаем, приводим в систему полученные знания.

Для развития внимания мы предлагаем проводить слуховые или зрительные диктанты.

Ученикам предъявляются 10 математических терминов в течение 10 секунд. Затем предлагается их воспроизвести письменно.

Воображение часто выступает заместителем мышления, когда на уроке мы предлагаем учащимся: представьте, что...; докажем методом от противного, предположим, что...

Можно предложить учащимся написать сочинения на различные темы, например: “Что я знаю о треугольниках”, “Математика в профессии моих родителей”, “Математика в моей жизни”, “Геометрия вокруг нас”, “Если бы не было математики...”

Для развития логического **мышления** можно предлагать следующие задания:

Упражнение 1. Установив закономерность, продолжи числовой ряд:

1. 0 2 4 6 8 ...
2. 3 4 6 7 9 ...
3. 4 3 5 4 6 ...
4. 1 4 9 16 25 ...
5. 1 2 3 5 8 ...

Упражнение 2. Выбери недостающее слово для установления аналогии.

Пример. Школа: обучение = Больница : X (лечение)

1. Квадрат: площадь = Куб : X
2. Слагаемое: сумма = Множитель : X
3. Движение: покой = Бежать : X
4. Круг: окружность = Шар : X
5. Треугольник: многоугольник = Пирамида : X

3. Развитие приёмов мыслительной деятельности

Мышление – это поиск и открытие нового. Оно необходимо лишь в тех ситуациях, когда перед человеком появляется новая цель, а старые, прежние средства недостаточны для её достижения.

Учащимся постоянно напоминают, что изучаемый материал надо прежде всего хорошо понять. Но какую мыслительную деятельность должны для этого выполнить учащиеся? На этот вопрос, как правило, им не дают ни каких разъяснений. Между тем, только владея определенными приемами мыслительной деятельности, учащиеся смогут логически, с должным пониманием запоминать программный материал. В противном случае он прибегает к “зубрёжке”. Задача учителя – обучая математике, одновременно учить умелому применению различных приёмов мыслительной деятельности к изучаемому материалу, к решению задач, к любой жизненной ситуации. Развитие мышления учащихся, т.е. формирование у них умений и навыков применения различных приёмов мыслительной деятельности, осуществляется в следующем порядке:

- Знакомим учащихся с отдельными мыслительными приемами (обязательно в процессе изучения соответствующего материала).
- Совместно с учащимися приходим к выводу, что прием, с которым сегодня познакомились в процессе изучения новой темы или решения задачи, не потребовал лишней траты времени. Более того, этот прием облегчил понимание. Его использование усилило интерес к изучаемому материалу.
- Выбор того или иного приема осуществляем в зависимости от содержания изучаемого материала.
- Учим комплексному использованию различных приемов во всевозможных комбинациях друг с другом.
- В дальнейшем вырабатываем привычку самостоятельного применения мыслительных приёмов. Для этого постоянно напоминаем о целесообразности тех или иных действий, если учащиеся забывают это.

На уроках постоянно приходится напоминать, что, прочитав в книге или услышав на уроке при объяснении, при ответе товарища какое-либо утверждение, полезно проверить, действительно ли оно справедливо, поставив перед собой вопросы: “Почему?”, “На каком основании?” (прием соотнесения); напоминаем также, что преобразования, приведенные в книге, полезно воспроизводить, по возможности видоизменяя их (приемы воспроизведения и реконструкции). Приучаем везде, где это возможно, сопоставлять изучаемый материал с прежними знаниями,

устанавливая сходство и различия (прием сравнения). Требуем при воспроизведении изучаемого материала приводить свои примеры и контрпримеры (прием конкретизации). Советуем при конспектировании располагать записи в наиболее удобной форме, рекомендуем различным образом оформлять свои записи, используя всевозможные символы: стрелки, подчеркивания, цветовые выделения (прием использования стимулирующих звеньев). Прочитав текст, просим учеников выделить из него главное и коротко рассказать, о чем идет в ней речь (прием составления плана).

Продемонстрируем на примерах как можно использовать тот или иной приём на различных уроках:

Прием использования стимулирующих звеньев – промежуточный мыслительный процесс, который вводится между двумя другими процессами, протекающими в сознании учащегося, помогая устанавливать связи между ними, углублять понимание и активизировать мыслительную деятельность. В качестве стимулирующих звеньев могут выступать процессы вспоминания, применения определений, теорем, алгоритмов, созерцания и представления графиков, моделей, любое рассуждение по ходу решения задач или изучения теоретического материала.

Пример 1: Известно, с каким трудом учащиеся выполняют упражнения по применению свойств логарифмической и показательной функций. Чтобы уменьшить эти затруднения, можно предложить ученикам действовать по следующему плану:

1. осознать (проанализировать) условие упражнения;
2. выбрать (построить) график функции;
3. опираясь на него, применить соответствующее свойство функции и сформулировать вывод.

При выполнении упражнения: “Какой знак имеет значение функции $y = \log_{0.5} x$, если $x > 1$?” учащийся выбирает из графиков, изображенных на доске тот, который нужен в данном случае. Рассматривая график и показывая соответствующую его часть, учащийся рассуждает: “Так как основание логарифмической функции меньше 1, то её график изображен, например, под № 3. При $x > 1$ график располагается под осью x . Значит, функция принимает на этом интервале отрицательное значение”.

Здесь все рассуждения, связанные с рассмотрением графиков, являются стимулирующими звеньями. Эти рассуждения входят в процесс осознания вопроса и представления ответа, активизируют мыслительную деятельность.

Пример 2: На первых уроках стереометрии учащиеся испытывают большие трудности в усвоении материала. Одной из причин этого является слабое развитие пространственного воображения. Учащиеся не могут представить пространственную фигуру по её рисунку. Чтобы целенаправленно формировать у них навык восприятия стереометрического чертежа и развивать пространственное воображение, желательно на первых порах решать одни и те же задачи одновременно и по рисунку, и по модели. На доске и в тетради изображена призма, перед доской располагается её модель. Предлагается установить взаимное расположение двух ребер призмы. Вызванный ученик

1. отмечает какими-нибудь знаками на рисунке указанные ребра;
2. находит и показывает всему классу, где располагаются соответствующие ребра на модели;
3. снова показывает эти ребра на рисунке и делает вывод об их взаимном положении.

Учащиеся выполняют эту работу с интересом, легко и безошибочно, потому что сами контролируют по модели свои действия.

Работа учащихся с моделью используется в процесс выполнения упражнений. Все действия с моделью выполняют стимулирующую функцию, которая в дальнейшем постепенно теряет свою значимость, так как учащиеся уже могут легко обходиться без неё.

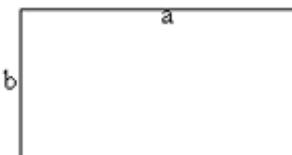
Пример 3: Полезно в решениях задач предварительно делать рисунки, и чем проще рисунки, тем лучше. Например, расстояние от города до деревни полезно обозначить в виде отрезка, а город и деревню обозначить кружочками, ставя над ними заглавные латинские буквы.

Полезно с самого начала приучать учеников к формульной записи условия: S – расстояние, путь или площадь фигуры; v – скорость; t – время; a, b, c, d – длины сторон многоугольников; P – периметр; AB, BD, CD – стороны многоугольников и т. д. Прежде чем приступить к решению задачи, полезно и желательно записывать все формулы, которые используются в задаче, и указывать ту величину, которая ищется данным действием. Поясним это на примерах.

Задача. Площадь грядки на огороде 48 м^2 . Найдите длину грядки, если ее ширина 4 м .

Дано:
 $S = 48 \text{ м}^2$
 $b = 4 \text{ м}$ (ширина)
 $a = ?$

Решение.
 Сделаем рисунок.



$S = a \cdot b$ или после подстановки своих значений: $48 = a \cdot 4$ Чему равна длина участка?

Напоминаем ученикам, что 48 является результатом произведения (или просто произведением) двух множителей a и 4 , и, чтобы найти длину a , нужно произведение поделить на известный множитель, то есть $a = 48 : 4$ и $a = 12 \text{ м}$.

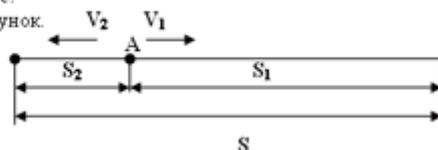
Ответ: $a = 12 \text{ м}$.

Задача. Велосипедист выехал из села со скоростью 12 км/ч . Через 2 часа в противоположном направлении из того же села выехал другой велосипедист, причем скорость второго в $1,25$ раза больше скорости первого. Какое расстояние будет между ними через $3,3$ ч после выезда второго велосипедиста?

Обозначим село точкой A . Покажем направление движения велосипедистов в виде стрелок и надписей букв v_1 и v_2 .

Дано:
 $v_1 = 12 \text{ км/ч}$
 $v_2 = 1,25 v_1$
 $t_1 = 2 \text{ ч}$
 $t_2 = 3,3 \text{ ч}$
 $S = ?$

Решение.
 Сделаем рисунок.



Выразим расстояния S_1 через t_1 и S_2 – через t_2 . Обозначим S – все расстояние. Кроме слов “сделаем рисунок”, все остальные слова произносятся в устной форме учителем.

- Чему равна v_2 – ?
 $v_2 = 1,25 \cdot v_1 = 1,25 \cdot 12 = 15 \text{ км/ч}$
- Сколько времени в пути был 1-й велосипедист?
 $t = t_1 + t_2 = 2 + 3,3 = 5,3 \text{ ч}$
- Какое расстояние проедет 1-й велосипедист?
 $S_1 = v_1 \cdot t = 12 \cdot 5,3 = 63,6 \text{ км}$
- Какое расстояние проедет 2-й велосипедист?
 $S_2 = v_2 \cdot t_2 = 15 \cdot 3,3 = 49,5 \text{ км}$
- Какое расстояние будет между ними?
 $S = S_1 + S_2 = 63,6 + 49,5 = 113,1 \text{ км}$

Ответ: $S = 113,1 \text{ км}$.

Примеров оформления задач можно привести очень много. В самих задачах трактовать вопросы можно по-разному, главное – соблюдать логику рассуждений и приучать к ней самих учеников. Возможно это будет наталкиваться на упорное нежелание самих учеников переучиваться. Поэтому нужно набраться терпения и последовательно, шаг за шагом преодолевать с учениками все эти трудности.

Прием реконструкции – эквивалентное изменение материала. Чтобы реконструировать, но не исказить изучаемый материал, учащийся должен хорошо его понять в результате активной

мыслительной деятельности, тогда материал хорошо усваивается. Пользуясь приемом реконструкции, учащийся постепенно избавляется от вредной привычки – бездумной “зубрежки”. Когда учащиеся воспроизводят определения, теоремы, то желательно, чтобы формулировки они сопровождали своими примерами и контрпримерами. Следует поощрять также попытки формулировать определения, аксиомы своими словами. Но при этом необходимо сразу же тщательно анализировать случаи искажения формулировки: не просто отвергать неправильную, а добиваться с помощью контрпримеров, чтобы весь класс понял сущность ошибки.

Пример 4: Допустим, ученик сказал: “Прямые на плоскости, не имеющие общей точки, называются параллельными”. Учитель сразу предлагает привести контрпример, иллюстрирующий ошибочность этого определения. Если никто не может справиться с заданием, учитель чертит на доске три прямые, содержащие стороны треугольника. Эти прямые не имеют общей точки, но не параллельны. Теперь все в классе догадываются, что в формулировке пропущены слова: “Две прямые...”. Если же просто отвергнуть ошибочную формулировку и попросить другого ученика дать верное определение, то школьникам кажется, что и первый отвечающий сказал то же самое, ошибки в определении они не замечают.

Пример 5: Рассмотрим ещё один пример использования описанного приема при изучении темы “Разложение многочлена на множители”. На доске показаны два способа расположения записей. Учитель объясняет, что хаотическое расположение записей, например такое

$$X^3 + 3x^2 - 4x - 12 = x^2(x + 3) - 4(x + 3) = (x + 3)(x^2 - 4) = (x + 3)(x - 2)(x + 2)$$

затрудняет решение.

Чтобы облегчить работу, рекомендуется:

1. размещать каждое полученное выражение под соответствующим исходным выражением;
2. группируемые одночлены подчеркивать, как это делают при приведении подобных членов.

Далее предлагается сопоставить записи форме (1) и (2):

$$\begin{aligned} X^3 + 3x^2 - 4x - 12 &= \\ &= x^2(x + 3) - 4(x + 3) = \\ &= (x + 3)(x^2 - 4) = \\ &= (x + 3)(x - 2)(x + 2). \end{aligned}$$

Учащиеся сравнивают и выбирают лучший способ. Сравнением легко выделяются все особенности предлагаемого способа, учащиеся привлекаются к активной деятельности, к самостоятельному выбору, они убеждаются в преимуществе упорядоченного способа работы.

Прием мысленного составления плана – он заключается в том, что, читая, мы намеренно или подсознательно разбиваем материал на отдельные части и даем им названия. Этот прием помогает глубже понять материал, а значит, и лучше его запомнить.

Пример 6:

I. Можно дать готовый план доказательства новой теоремы, а учащимся предложить самим доказать её с помощью плана. К теореме о площади трапеции можно дать такой план:

- провести диагональ;
- выразить площади полученных треугольников через высоту трапеции и основания;
- найти площадь трапеции.

II. Научить учащихся составлять план уже решённой задачи или изученной теоремы. Сначала эта работа выполняется коллективно, а затем самостоятельно. Причем здесь учителю приходится неоднократно показывать образцы составления плана. Учащиеся быстрее понимают готовый план, но не сразу у них появляются умения и навыки составления плана самостоятельно.

Прием выделения смысловых опорных пунктов. Формировать у школьников умение применять данный прием лучше всего в процессе конспектирования изучаемого материала. Содержание материала удобно зашифровывать с помощью различных символов, знаков, рисунков, отдельных слов (например, опорные конспекты В.Ф. Шаталова). По утверждению Шаталова,

многократное их применение приводит к тому, что постепенно учащиеся приучаются составлять такие конспекты самостоятельно.

Прием прогнозирования – предвидение хода событий и на основе анализа, синтеза, обобщения ситуации, создавшейся на данный момент, регулировать и корректировать свою последующую деятельность, прогнозировать ее результаты. Чтобы учить его применению, мы перед чтением того или иного абзаца, решением задачи предлагаем учащимся подумать, попытаться предсказать, что именно мы сейчас сможем увидеть, прочитать, получить. И пусть они, опираясь на знания, пофантазируют, поспорят о своих предположениях, а затем проверят их. Особенно широко прогнозирование можно использовать при поиске решения задачи. При обсуждении идеи решения, когда кто-либо из учащихся предлагает воспользоваться той или иной формулой, теоремой, тождественным преобразованием, целесообразно добиваться того, чтобы учащийся обосновал разумность своего предложения и хотя бы в общих чертах указал, к чему оно приведет. Прогнозирование – важный элемент поиска решений и мощное средство развития навыков логического мышления.

Прием соотнесения – он сводится к увязыванию изучаемого материала с прежними знаниями и отдельных частей нового друг с другом. Действия, направленные на выполнение этих задач, помогают включать новый материал в структуру прежних знаний, приводят к познанию взаимодействий явлений и предметов, т.е. усиливают глубину и отчетливость понимания и тем самым ведут к успешному запоминанию. Этот прием имеет очень большое значение и широко используется учителями. Ссылки на законы, правила, на используемые таблицы – все это помогает глубже понять материал и лучше его усвоить. Читая текст учебника, желательно приучать учащихся ставить себе вопросы: “Почему?”, “На каком основании?” – и отвечать на них всякий раз, когда они встречаются с каким-то утверждением. При многократном использовании данной рекомендации ученики постепенно привыкают самостоятельно ставить себе эти вопросы и широко использовать прием соотнесения.

Подчеркнем еще раз, что целенаправленное обучение приемам мыслительной деятельности несколько не замедляет процесс усвоения программного материала. Наоборот, этот процесс все более ускоряется по мере овладения этими приемами, т.е. по мере развития мышления учащихся.