

Муниципальное казенное общеобразовательное учреждение  
«Средняя общеобразовательная школа № 7»  
г.Кимовск

Тема урока: «Теорема о трех перпендикулярах».  
10 класс

Разработала учитель математики  
Завойкина С.А,

2018-19 учебный год

Тема: Теорема о трех перпендикулярах.  
Урок в 10 классе, рассчитан на 2 академических часа.

Цель урока: изучить одну из основных теорем стереометрии; облегчить понимание учащимися содержание теоремы; развивать у учащихся активность, оперативность мышления; развивать умение анализировать и делать выводы.

Тип урока: Урок по изучению нового учебного материала.

Оборудование урока:

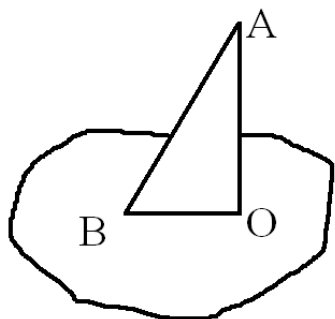
- Учебник Геометрия 10-11 классы Л. С. Атанасян Москва «Просвещение» 2011 год
- каркасная модель к теореме
- карточки с заданиями

Этапы урока

1. Организационный
2. Ввод темы

Ведущая деятельность	
Учитель	Учащиеся
Сообщает тему урока: <b>Теорема о трех перпендикулярах.</b> Рассматриваем план изучения темы (на доске) План урока 1. Повторение 2. Изучение нового материала 3. Закрепление 4. Самостоятельная работа учащихся 5. Инструктаж домашнего задания  3этап. Повторение	Учащиеся записывают в тетрадях тему урока и знакомятся с планом.  Знакомство с планом изучения темы урока

А) Учитель предлагает учащимся перечислить и записать в тетрадах названия элементов рисунка, если  $AO \perp \alpha$



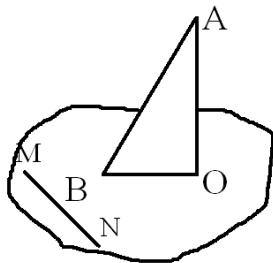
Б) Найдите  $AO$ , если  $AB=5\text{см}$ ,  $OB=3\text{см}$

В) что необходимо знать и применить для нахождения отрезка  $AO$ ?

Г) Подумайте, сколько перпендикуляров можно провести из точки  $A$  на плоскость  $\alpha$ ? Проведите из точки  $A$  еще несколько отрезков.

Д) Назовите наименьший отрезок, проведенный из точки  $A$  на плоскость  $\alpha$ .

Е) Какое название имеют точки  $O$  и  $B$ ?



Ж) Опустите перпендикуляр из т.  $A$  на прямую  $MN$ .

З) Для подтверждения вашей догадки необходимо изучить теорему о трех перпендикулярах. Учитель формулирует теорему, предлагает открыть учебник (страница 42) и внимательно прочитать теорему пункта 20. Еще раз назовите отрезки  $AO$ ,  $AB$ ,  $OB$ .

Учащиеся в тетради записывают

а)  $AO$ - перпендикуляр

$AB$  - наклонная

$OB$  - проекция  $AB$

б) Учащиеся с места отвечают, что надо применить теорему Пифагора

в) ученик записывает на доске, а остальные в тетради

$$AB^2 = AO^2 + OB^2, \text{ сл-но, } AO^2 = AB^2 - OB^2$$

$$AO = \sqrt{(5^2 - 3^2)} = \sqrt{(25 - 9)} = \sqrt{16} = 4$$

$$AO = 4$$

г) Ученик у доски на подготовленном рисунке проводит отрезки из т.  $A$  к

плоскости  $\alpha$ :  $AO$ ,  $AC$ ,  $AD$  и отвечает, что  $AO$  единственный

перпендикуляр из точки на плоскость.  $AC$ ,  $AD$ - наклонные.

д)  $AO$  - наименьший отрезок- это кратчайшее расстояние от точки до плоскости

е)  $O$  - основание перпендикуляра

$B$ - основание наклонной

ж) учащиеся называют отрезки  $AM$  или  $AN$ , а некоторые интуитивно догадываются. Что это отрезок  $AB$ .

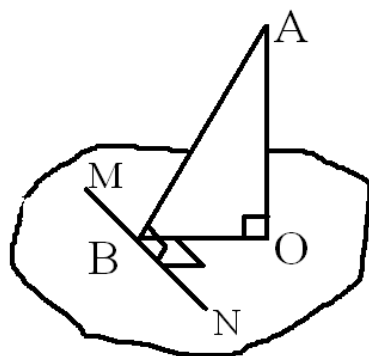
з) Читают по учебнику теорему и по рисунку на доске ученик еще раз показывает и называет отрезки.

$AO$ -перпендикуляр,  $AO \perp \alpha$

$AB$  -наклонная

$OB$  -проекция  $AB$ .

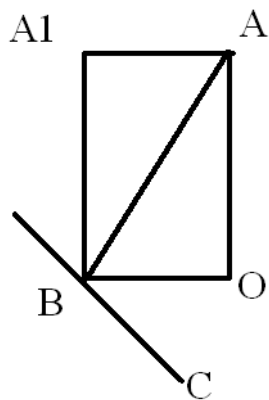
и) перпендикуляров получилось три, их называет ученик у стола с моделью и показывает их:  $AO$ ,  $OB$ ,  $AB$ .



И) Обратимся к рисунку и модели.  
Сколько перпендикуляров получилось?

#### 4 этап. Изучение нового материала.

Учитель предлагает учащимся по желанию на доске записать условие и заключение теоремы



1. Проведите перпендикуляр из т. В к плоскости  $\alpha$ .
2. На основании какого утверждения можно записать параллельность отрезков  $BA_1$  и  $OA$ ?

Ученик по заготовленному на доске рисунку записывает, проговаривая вслух теорему, а ост. выполняют в тетрадях

Дано:  $AO \perp \alpha$

$AB$  -наклонная

$OB$  -проекция  $AB$

$c \subset \alpha, c \perp OB$

Доказать:  $c \perp AB$ .

Доказательство

1. Проводим  $BA_1 \perp \alpha$
2.  $OA \parallel BA_1$  на основании теоремы, если две прямые перпендикулярны одной и той же плоскости, то они параллельны.
3. Проводят плоскость  $\beta$ .
4.  $OB \subset \beta, BA_1 \subset \beta$  и  $OA \subset \beta, AB \subset \beta$

3. Через  $OA$  и  $OA_1$  проведите плоскость  $\beta$ .
4. Какой плоскости принадлежат отрезки  $OB$  и  $BA_1$ ?
5. На основании чего можно сделать вывод, что  $c \perp \beta$  ?
6. Еще раз внимательно прочитайте теорему, условие и доказательство.

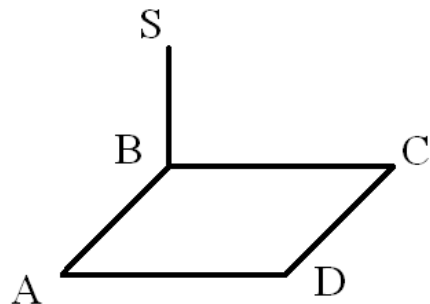
$c \perp BO$  и  $c \perp BA_1$ , сл-но,  $c \perp \beta$ , сл-но,  $c \perp AB$ .

5. по признаку перпендикулярности прямой и плоскости
6. Работают с записями в тетрадях.

### 5 этап. Закрепление материала, изученного на уроке.

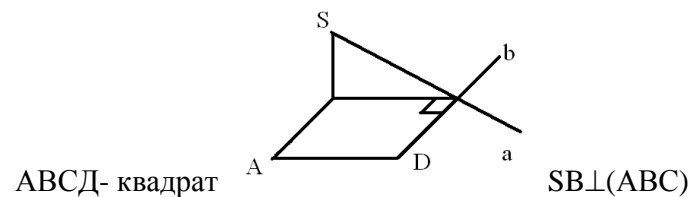
Учитель предлагает ряд рисунков с целью закрепления изученной теоремы (заготовлены на доске заранее).

①  $ABCD$ -прямоугольник.  $SB \perp (ABC)$ .

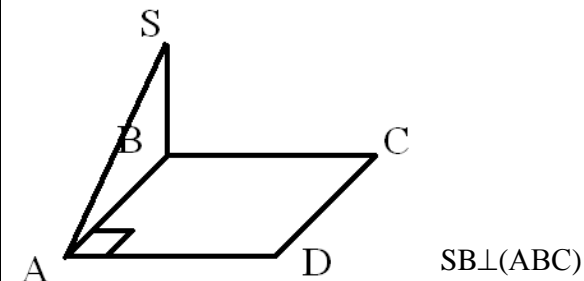


Из т.  $S$  опустите перпендикуляр на  $AD$ .

② Установите взаимное расположение прямых  $a$  и  $b$  (на готовом рисунке).



① Ученик у доски, остальные в тетради выполняют рисунок, опускают перпендикуляр и делают обоснование в тетрадях:



$AS$ - наклонная

$AB$ - проекция  $AS$

$AD \subset (ABCD)$

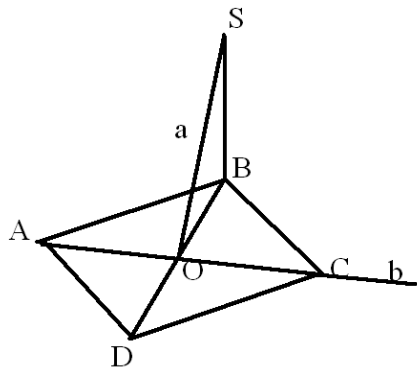
$AD \perp AB$

$\angle A$  прямой, тогда  $AD \perp AS$  по теореме о трех перпендикулярах

②

$a \perp b$ -запись в тетрадях, с места один учащийся комментирует.

③ ABCD-ромб.  $SB \perp (ABC)$



③ Ученик у доски, а остальные в тетрадях записывают

$a \perp b$ , так как  $SB \perp (ABC)$

SO- наклонная

OB - проекция SO

$b \perp OB$ -свойство диагоналей квадрата

$b \subset (ABC)$ , тогда  $b \perp OS$  по теореме о трех перпендикулярах, т.е.  $b \perp a$ .

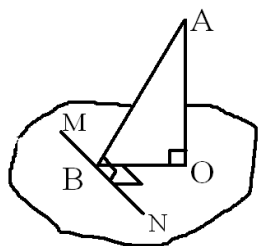
6 Этап контроля за результатом учебной деятельности осуществляется учителем и учениками

Учитель предлагает трехуровневую самостоятельную работу

Уровень 1

Дано:  $AO \perp \alpha$

$AB \perp MN$   $MN \subset \alpha$



Доказать:  $\angle OBM$ - прямой

Уровень 2.

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB=BC$

$DB \perp (ABC)$

Учащиеся выполняют самостоятельную работу и проводят взаимопроверку.

Уровень 1.

Решение.  $AO \perp \alpha$

AB-наклонная

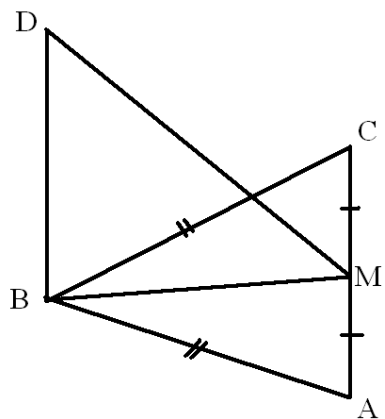
OB- проекция AB

т.к.  $AB \perp MN$ , то по теореме о трех перпендикулярах  $MN \perp BO$ , значит  $\angle OBM$ - прямой.

Уровень 2.

Решение.

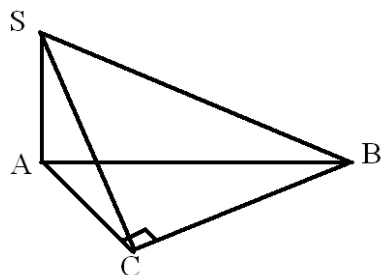
Соединим точки B и M.



Доказать:  $\angle CМД$ - прямой

Уровень 3.

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $AS \perp (ABC)$



Доказать:  $\triangle BSC$ -прямоугольный

$ДВ \perp (ABC)$

ДМ-наклонная

ВМ- проекция ДМ

$AC \subset (ABC)$ ,  $AC \perp BM$ , ( $MC=AM$ ,  $AB=BC$ )

$AC \perp DM$  по теореме о трех перпендикулярах, а потому  $\angle CМД$ - прямой.

Уровень 3.

Решение.  $AS \perp (ABC)$ ,  $SC$ -наклонная.  $ac$ - проекция наклонной  $SC$   
 $BC \subset (ABC)$ ,  $BC \perp AC$  ( $\angle ACB=90^\circ$ ), отсюда  $BC \perp SC$  по теореме о трех перпендикулярах. а потому  $\angle SCB$ -прямой, значит  $\triangle BSC$ -прямоугольный.

#### Этап подведения итогов урока.

Учитель: подсчитайте свои баллы

1- Уровень -3 балла

2- 4 балла

3- 5баллов

Оценка 5 за 12 баллов

Оценка 4 за 9 баллов

Оценка 3 за 5 баллов

Учитель проходит по рядам и записывает баллы в свою тетрадь.

Учащиеся ставят количество баллов в тетради соседа по парте.

Выставляют названную оценку за работу друг другу.

**Этап инструктажа домашнего задания.**

1. Учебник Л. С. Атанасян 10-11 п. 20 теорема с доказательством
2. Решить по учебнику № 147, 148
3. Индивидуальные карточки

**Задачи для индивидуальной работы по теме:**  
**«Теорема о трех перпендикулярах»**

**1 вариант**

1. Угол  $C$  треугольника  $ABC$ - прямой.  $AD$ - перпендикуляр к плоскости треугольника  $ABC$ . Докажите, что треугольник  $BСD$ - прямоугольный.
2.  $ABCD$ - квадрат, диагонали которого пересекаются в точке  $E$ .  $AN$ - перпендикуляр к плоскости квадрата. Докажите, что прямые  $HE$  и  $BD$  перпендикулярны.
3. Из вершины  $A$  квадрата  $ABCD$  со стороной 16 см восстановлен перпендикуляр  $AE$  длиной 12 см. Докажите, что треугольник  $BCE$ - прямоугольный. Найдите его площадь.
4. Из центра  $O$  квадрата  $ABCD$  со стороной 18 см к его плоскости восстановлен перпендикуляр  $OM$  длиной 12 см. Найдите площадь треугольника  $ABM$
5. Отрезок  $AM$  перпендикулярен плоскости треугольника  $ABC$  и имеет длину 24 см. Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой  $BC$ , если  $AB=AC=20$  см.,  $BC=24$  см.
6. В правильном треугольнике  $ABC$  точка  $O$ - центр.  $OM$ - перпендикуляр к плоскости  $ABC$ . Найдите расстояние от точки  $M$  до стороны  $AB$ , если  $AB=10$  см.,  $OM=5$  см.

**Уровень С**

1. Из вершины  $A$  прямоугольного треугольника  $ABC$  (угол  $B$ - прямой) к плоскости треугольника проведен перпендикуляр  $AK$ . Докажите, что прямые  $KB$  и  $BC$  взаимно перпендикулярны.
2. Из вершины  $C$  правильного треугольника  $ABC$  со стороной 10 см проведен к его плоскости перпендикуляр  $CM$  длиной 6 см. Вычислить расстояние от точки  $M$  до стороны  $AB$ .
3. В равнобедренном треугольнике  $SEN$  точка  $A$ - середина основания  $EN$ . Из точки  $S$  к плоскости треугольника проведен перпендикуляр  $SK$ . Докажите, что прямые  $AK$  и  $EN$  взаимно перпендикулярны.
4. Катеты прямоугольного треугольника  $ABC$  15 см и 20 см. Из вершины прямого угла  $C$  проведен отрезок  $CD$ , перпендикулярный плоскости этого

Записывают в рабочие тетради и получают карточки с заданиями.

**2 вариант**

1. Угол  $C$  треугольника  $MPC$ - прямой.  $MD$ - перпендикуляр к плоскости треугольника  $MPC$ . Докажите, что треугольник  $PCD$ - прямоугольный.
2.  $ABCD$ - квадрат, диагонали которого пересекаются в точке  $O$ .  $AN$ - перпендикуляр к плоскости квадрата. Докажите, что прямые  $NO$  и  $BD$  перпендикулярны.
3. Из вершины  $A$  квадрата  $ABCD$  со стороной 10 см восстановлен перпендикуляр  $AE$  длиной 16 см. Докажите, что треугольник  $BCE$ - прямоугольный. Найдите его площадь.
4. Из центра  $O$  квадрата  $ABCD$  со стороной 8 см к его плоскости восстановлен перпендикуляр  $OM$  длиной 10 см. Найдите площадь треугольника  $ABM$
5. Отрезок  $AM$  перпендикулярен плоскости треугольника  $ABC$  и имеет длину 14 см. Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой  $BC$ , если  $AB=AC=24$  см.,  $BC=20$  см.
6. В правильном треугольнике  $ABC$  точка  $O$ - центр.  $OM$ - перпендикуляр к плоскости  $ABC$ . Найдите расстояние от точки  $M$  до стороны  $AB$ , если  $AB=12$  см.,  $OM=6$  см.



треугольника.  $CD=35$  см. Найдите расстояние от точки D до гипотенузы АВ.

5. Доказать, что если точка равно удалена от всех сторон многоугольника, то она проектируется на его плоскость в центр вписанного круга.